

ВОЛНЫ ДАВЛЕНИЯ В ЖИДКОСТИ, СОДЕРЖАЩЕЙ ПУЗЫРЬКОВЫЕ ЗОНЫ*

К настоящему времени одномерные волны в пузырьковой жидкости достаточно подробно изучены [1, 2]. В данной работе рассмотрены волны в жидкости, в которой находится пузырьковая зона конечных размеров. В связи с этим обстоятельством учитываются двумерные эффекты. Представлены также результаты по динамике двумерных волн в кусочно-неоднородной по объемному содержанию пузырьков области и результаты расчетов по эволюции колоколообразного по поперечной координате волнового импульса в однородной пузырьковой жидкости.

1. Постановка задачи

Пусть в канале, который заполнен жидкостью, находится пузырьковая зона, ограниченная в общем случае цилиндрической поверхностью, образующая которой параллельна оси z (продольные размеры зоны значительно больше, чем поперечные), рис. 1. Рассмотрим двумерные волновые возмущения. Такие возмущения могут реализоваться, например, под действием плоского удара по жидкости, в которой находится пузырьковая зона конечных размеров или при воздействии на систему граничного давления, не однородного по координате y ($p = p^0(t, y)$ при $x = x_0$).

При описании движения пузырьковой жидкости будем полагать, что в каждом элементарном объеме все пузырьки сферические и одного радиуса, вязкость и теплопроводность существенны лишь в процессе межфазного взаимодействия и, в частности, при пульсации пузырьков отсутствует дробление и слипание пузырьков.

На основе приведенных выше допущений примем, следуя [1], систему макроскопических уравнений масс, числа пузырьков, импульсов и давления в пузырьках в односкоростном приближении:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_i}{dt} + \rho_i \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= 0 \quad (i = l, g), \quad \frac{dn}{dt} + n \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0, \\ \rho \frac{du}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial x} &= 0, \quad \rho \frac{dv}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial y} = 0, \quad \frac{dp_g}{dt} = -\frac{3\gamma p_g}{a} w - \frac{3(\gamma - 1)}{a_0} q, \end{aligned} \quad (1.1)$$

*Работа поддержана грантом р_агидель_а № 05-01-97919.

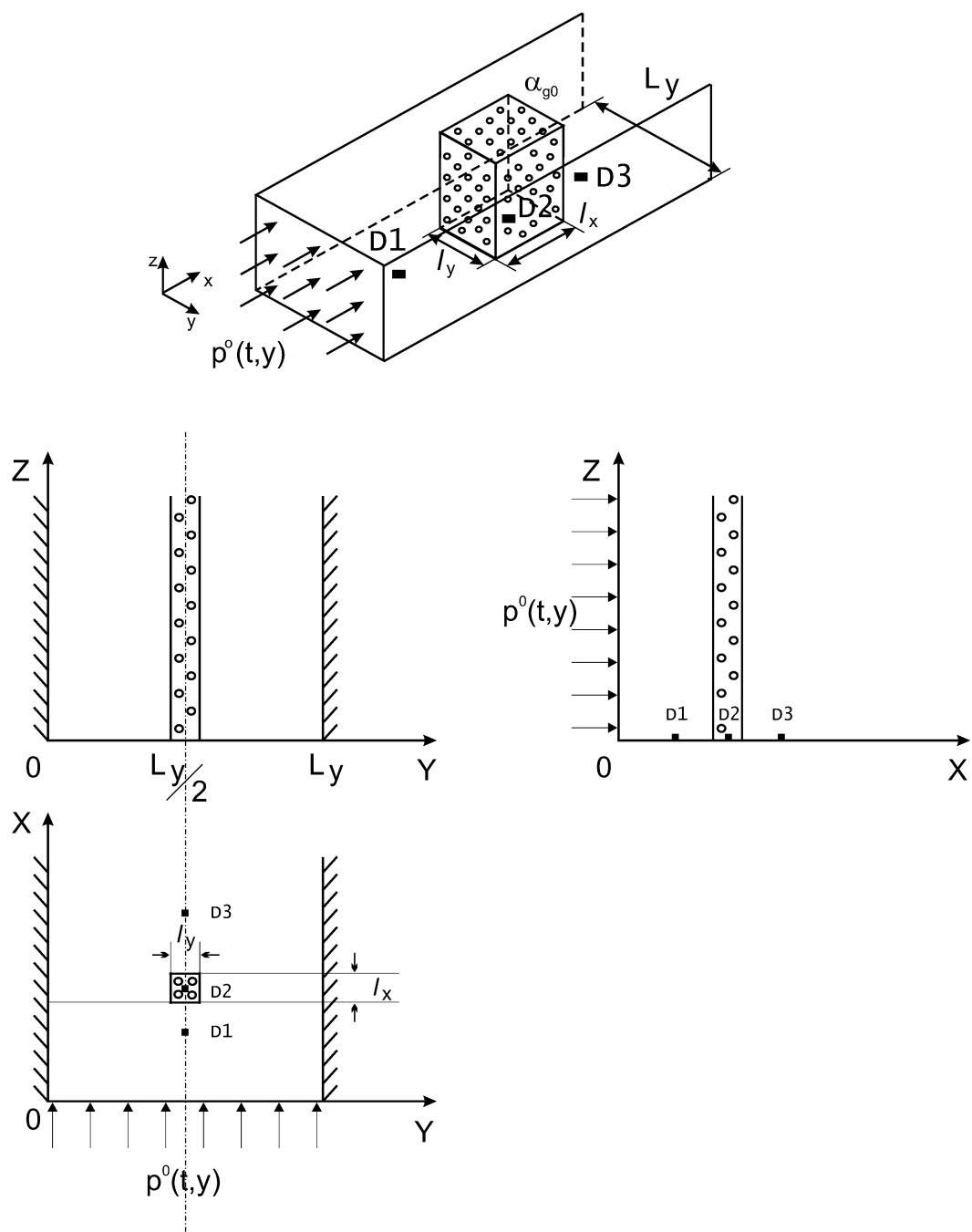


Рис. 1. Схематическое изображение расчетной области в пространстве: l_x, l_y – характерные линейные размеры пузырьковой зоны; L_y – ширина канала; D1, D2, D3 – датчики давления

$$w = \frac{da}{dt} \left(\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right),$$

$$\alpha_l + \alpha_g = 1, \quad \alpha_g = \frac{4}{3} \pi a^3 n, \quad \rho_i = \rho_i^0 \alpha_i \quad (i = l, g), \quad \rho = \rho_g + \rho_l,$$

где a – радиус пузырьков; γ – показатель адиабаты для газа; p_i – давления фаз; ρ_i^0 – истинные плотности фаз; α_i – объемные содержания фаз; q – интенсивность теплообмена; n – число пузырьков в единице объема, w – радиальная скорость пузырьков. Скорости u и v соответствуют движению по координатам x и y , а нижние индексы $i = l, g$ отвечают параметрам жидкой и газовой фаз.

При описании радиального движения в соответствии с уточнением, предложенным в [3], считаем, что $w = w_R + w_A$, где w_R описывается уравнением Рэлея–Ламба, а w_A определяется из решения задачи о сферической разгрузке на сфере радиуса a в несущей жидкости в акустическом приближении:

$$a \frac{dw_R}{dt} + \frac{3}{2} w_R^2 + 4\nu_l \frac{w_R}{a} = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0}, \quad (1.2)$$

$$w_A = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0 C_l \alpha_g^{1/3}}, \quad (1.3)$$

где ν_l – вязкость жидкости.

Будем также предполагать, что жидкость является акустически сжимаемой, а газ – калорически совершенным:

$$p_l = p_0 + C_l^2 (\rho_l^0 - \rho_{l0}^0), \quad p_g = \rho_g^0 R T_g, \quad (1.4)$$

где R – газовая постоянная. Здесь и в дальнейшем индексами 0 внизу снабжены параметры, относящиеся к начальному невозмущенному состоянию.

Тепловой поток q задается приближенным конечным соотношением

$$q = \text{Nu} \lambda_g \frac{T_g - T_0}{2a}, \quad \frac{T_g}{T_0} = \frac{p_g}{p_0} \left(\frac{a}{a_0} \right)^3,$$

$$\text{Nu} = \sqrt{\text{Pe}} \quad \text{при} \quad \text{Pe} \geq 100, \quad \text{Nu} = 10, \quad \text{при} \quad \text{Pe} < 100,$$

$$\text{Pe} = 12(\gamma - 1) \frac{T_0}{|T_g - T_0|} \frac{a|w|}{\kappa_g}, \quad \kappa_g = \frac{\lambda_g}{C_g \rho_g^0},$$

где $T_0 = \text{const}$ – температура жидкости; λ_g – теплопроводность, Nu – число Нуссельта.

Принятая система уравнений позволяет адекватно описывать динамику волн с достаточно «крутыми» участками, когда сжатие пузырьков определяется не только эффектами радиальной инерции несущей жидкости, но и акустической разгрузкой на пузырьках и, следовательно, сжимаемостью жидкости. Кроме того, из этой математической модели, в частном случае при

$\alpha_g = 0$, следует волновое уравнение для акустически сжимаемой жидкости. При исследовании взаимодействия волн в «чистой» жидкости с пузырьковой областью это обстоятельство, в свою очередь, позволяет использовать сквозные методы расчета.

2. Метод численного расчета

Для численного анализа задачи об эволюции волн в жидкости при наличии в ней пузырьковой области удобнее пользоваться системой уравнений, приведенной в разд. 1, записав ее в лагранжевых переменных. Это, в частности, связано с тем, что в лагранжевых координатах пузырьковая область неподвижна. Из уравнений (1.1) после некоторых преобразований можно получить следующую систему в лагранжевых переменных:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho J} \left(\frac{\partial p_l}{\partial x_0} \frac{\partial y}{\partial y_0} - \frac{\partial p_l}{\partial y_0} \frac{\partial y}{\partial x_0} \right), \quad \frac{\partial x}{\partial t} = u, \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho J} \left(\frac{\partial p_l}{\partial y_0} \frac{\partial x}{\partial x_0} - \frac{\partial p_l}{\partial x_0} \frac{\partial x}{\partial y_0} \right), \quad \frac{\partial y}{\partial t} = v, \\ \frac{\partial p_l}{\partial t} &= \frac{C_l^2 \rho_l^0}{1 - \alpha_g} \left[\frac{3\alpha_g}{a} w + \left(\frac{\alpha_g}{J} + \frac{\rho_{l0}}{J^2 \rho_l^0} \right) \frac{\partial J}{\partial t} \right], \\ \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} &= \frac{3\alpha_g}{a} w - \frac{\alpha_g}{J} \frac{\partial J}{\partial t}, \quad \frac{\partial p_g}{\partial t} = -\frac{3\gamma p_g}{a} w - \frac{3(\gamma - 1)}{a} q, \\ \frac{\partial a}{\partial t} &= w = w_R + w_A, \\ \frac{\partial w_R}{\partial t} &= \left[\frac{p_g - p_l}{\rho_l^0} - \frac{3}{2} w_R^2 - 4\nu_l \frac{w_R}{a} \right] \frac{1}{a}, \quad w_A = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0 C_l \alpha_g^{1/3}}, \\ \left(J = \frac{\partial x}{\partial x_0} \frac{\partial y}{\partial y_0} - \frac{\partial x}{\partial y_0} \frac{\partial y}{\partial x_0}, \quad \frac{\partial J}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial x_0} \frac{\partial y}{\partial y_0} - \frac{\partial u}{\partial y_0} \frac{\partial y}{\partial x_0} + \frac{\partial x}{\partial x_0} \frac{\partial v}{\partial y_0} - \frac{\partial x}{\partial y_0} \frac{\partial v}{\partial x_0} \right), \end{aligned} \quad (2.1)$$

где x_0 и y_0 – лагранжевы переменные, в качестве которых берутся начальные эйлеровы координаты; J – якобиан перехода от лагранжевых к эйлеровым переменным.

Система (2.1) решается численно по явной схеме. При этом не требуется вводить искусственную вязкость, поскольку приведенные уравнения из-за учета межфазного теплообмена и акустической разгрузки являются системой с естественной диссипацией.

Приведем принцип построения разностной схемы, которая принята для решения данной задачи. Для аппроксимации дифференциальных уравнений используем равномерную шахматную сетку

$$(x_{0i}, y_{0j}, t_k), (x_{0i+1/2}, y_{0j+1/2}, t_k),$$

$$\begin{aligned}
x_{0i+1} &= x_{0i} + h_{x_0}, \quad x_{0i+1/2} = x_{0i} + 0,5h_{x_0}, \quad i = 0, 1, \dots, N_1 - 1, \\
y_{0j+1} &= y_{0j} + h_{y_0}, \quad y_{0j+1/2} = y_{0j} + 0,5h_{y_0}, \quad j = 0, 1, \dots, N_2 - 1, \\
x_{00} &= 0, \quad x_{0N_1} = M_1, \\
y_{00} &= 0, \quad y_{0N_2} = M_2, \\
t_{k+1} &= t_k + \tau, \quad t_k = k\tau, \quad k = 0, 1, 2, \dots,
\end{aligned}$$

где h_{x_0} , h_{y_0} и τ – соответственно шаги по координатам x , y и по времени. К узлам сетки (x_{0i}, y_{0j}, t_k) будем относить сеточные функции скоростей u_{ij}^k , v_{ij}^k и эйлеровых переменных x_{ij}^k и y_{ij}^k , к «полуцелым» точкам $(x_{0i+1/2}, y_{0j+1/2}, t_k)$ – сеточные функции всех остальных параметров. Такая аппроксимация обеспечивает устойчивость решения волновых задач в однофазных системах (жидкостях и газах) конечно-разностным методом [4].

Расчетная область полагается прямоугольной и на ее границах ($x_0 = 0$, $x_0 = L_x$, $0 < y_0 < L_y$; $y_0 = 0$, $y_0 = L_y$, $0 < x_0 < L_x$) в расчетах приняты условия как на жесткой стенке. Расчетная область взята достаточно широкой, чтобы вторичные сигналы, образованные отражением от «стенки» области, в период взаимодействия волнового импульса с завесой не сказывались.

3. Результаты численных расчетов

На рис. 2 иллюстрируются результаты численного эксперимента по эволюции волнового импульса, заданного в виде

$$p^0(t, y) = p_0 + \Delta p_0 \exp[\psi(t_*)], \quad \psi(m) = -\left(\frac{t - m/2}{m/2}\right)^2, \quad (3.1)$$

в воде, содержащей завесу прямоугольного поперечного сечения с воздушными пузырьками (рис. 1). Расчеты для всех представленных рисунков проводились для следующих параметров смеси и импульса: $l_x = l_y = 0,05$ м, $a_0 = 10^{-3}$ м, $p_0 = 0,1$ МПа, $T_0 = 300$ К, $\Delta p_0 = 0,3$ МПа. Импульс с протяженностями $t_* = 10^{-4}$ и 10^{-3} с действует через лагранжеву границу жидкости $x_0 = 0$.

Для обоих случаев приведены эпюры давления в моменты $t = 6 \cdot 10^{-4}$ с (рис. 2, а) и $1 \cdot 10^{-3}$ с (рис. 2, б). При распространении более длительного сигнала (рис. 2, б) из-за двумерных эффектов в определенные моменты времени внутри завесы могут реализовываться башнеобразные распределения давления. При этом датчики, расположенные в указанных в подписи к рис. 2 местах, будут регистрировать всплески давления с амплитудой, значительно превышающей амплитуду исходного импульса. Для представленного примера

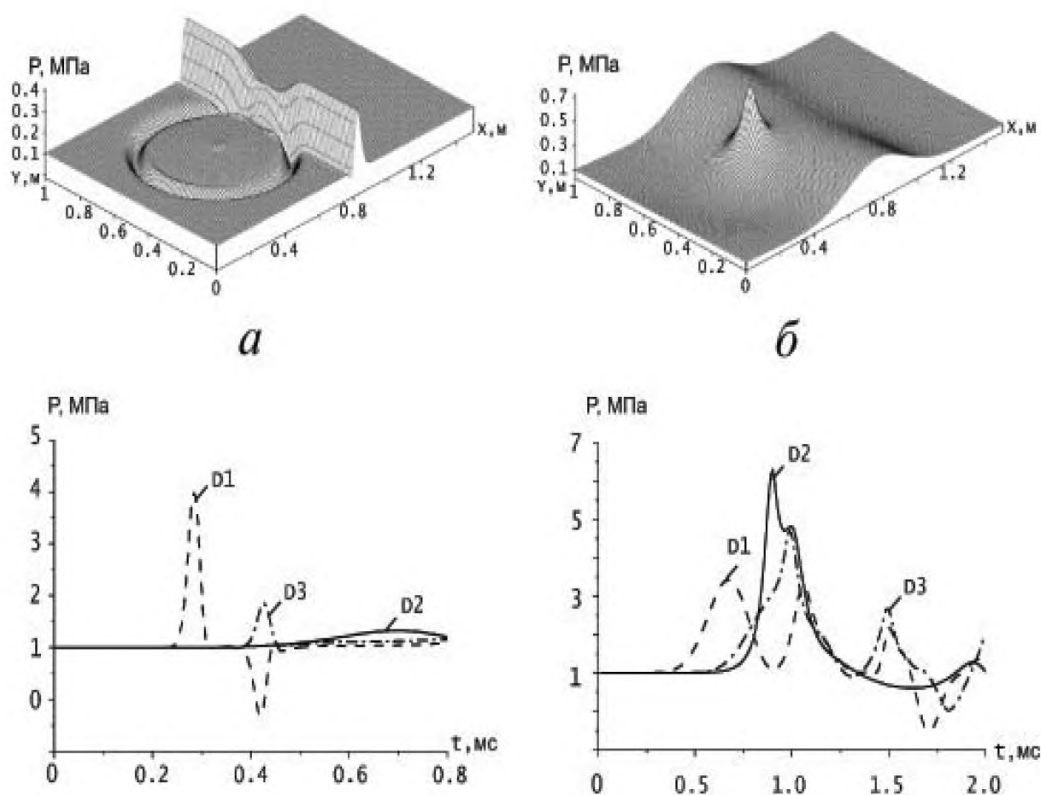


Рис. 2. Распространение волнового импульса в жидкости при наличии в ней пузырьковой завесы конечных размеров. Расчетные осциллограммы (1–3) приведены для датчиков D1, D2 и D3, расположенных соответственно перед пузырьковой завесой на расстоянии 0,1 м, в середине пузырьковой завесы и за завесой на расстоянии 0,05 м от ее задней границы. Протяженность импульса: $t_* = 10^{-4}$ с (а) и 10^{-3} с (б). Объемное содержание в завесе $\alpha_{g0}^{(1)} = 10^{-2}$. Штриховая, сплошная и штрихпунктирная линии соответствуют показаниям датчиков D1, D2 и D3. Для обоих случаев приведены эпюры давления в моменты $t = 6 \cdot 10^{-4}$ с (а) и $1 \cdot 10^{-3}$ с (б)

датчик D2, расположенный в середине завесы, регистрирует сигнал с амплитудой около 0,6 МПа, в два раза превышающий амплитуду первоначального сигнала. Этот башнеобразный всплеск давления, уменьшаясь по амплитуде, сносится по направлению распространения основной волны. Такая картина, в частности, видна из расчетной осциллограммы для датчика D3 (регистрируемая амплитуда превышает первоначальную примерно на 0,1 МПа).

В случае коротковолнового сигнала (рис. 2, а) датчик D2 практически «не чувствует» внешний импульсный сигнал, а датчик D3 фиксирует ослабленный сигнал с амплитудой около 0,1 МПа.

На рис. 3 представлена эволюция колоколообразного по поперечной координате волнового импульса, заданного в виде

$$p^0(t, y) = p_0 + \Delta p_0 \cdot \exp[\psi(t_*)] \cdot \exp\left[-\left(\frac{y - y_0/2}{y_*/2}\right)^2\right], \quad (3.2)$$

в однородной водовоздушной пузырьковой смеси с $\alpha_g = 10^{-3}$. Рисунок 3, а и б соответствуют $t_* = 10^{-3}$ с, $y_* = 4 \cdot 10^{-1}$ м и $t_* = 10^{-4}$ с, $y_* = 4 \cdot 10^{-2}$ м. Для более длительного импульса (рис. 3, а), когда характерная его протяженность значительно превышает период собственных колебаний пузырьков t_M ($t_* \gg t_M$, $t_M = 2\pi a_0 \sqrt{\rho_{l0}^0 / 3\gamma p_0}$), в смеси формируется практически одна лидирующая волна (амплитуда ряби волн, связанных с проявлением радиальной инерции пузырьков, незначительна по сравнению с амплитудой лидирующей волны). В случае короткого импульса ($t_* \sim t_M$) (рис. 3, б) образуется расходящийся подковообразный пакет волн [4] с характерным пространственным периодом пульсации $\lambda \simeq Ct_M$ (где $C = \sqrt{\gamma p_0 / \alpha_{g0} \rho_{l0}}$ – равновесная скорость звука в пузырьковой жидкости [1]).

На рис. 4 представлены результаты численного эксперимента по эволюции волнового импульса, заданного в виде (3.1) в кусочно-неоднородной по объемному содержанию пузырьков, в поперечном (по оси y) направлении области, находящейся между двумя плоскопараллельными стенками. Область пузырьковой жидкости состоит в поперечном направлении (по оси y) из трех слоев с различающимися в исходном невозмущенном состоянии объемными содержаниями $\alpha_{g0}^{(1)} = 10^{-2}$, $\alpha_{g0}^{(2)} = 10^{-3}$ и $\alpha_{g0}^{(3)} = 10^{-2}$. Характерные геометрические размеры слоев приведены на рис. 4, а. Остальные параметры водовоздушной смеси такие же, как для рис. 2. Импульс с амплитудой $\Delta p = 0,3$ МПа и характерной временной протяженностью $t_* = 10^{-3}$ с действует через лагранжеву границу $x_0 = 0$. Для иллюстрации эффектов, связанных с неоднородностью распределения объемного содержания пузырьков, представлены также расчетные осциллограммы для однородных смесей (кривые 2 и 3 соответствуют $\alpha_{g0} = 10^{-2}$ и $\alpha_{g0} = 10^{-3}$).

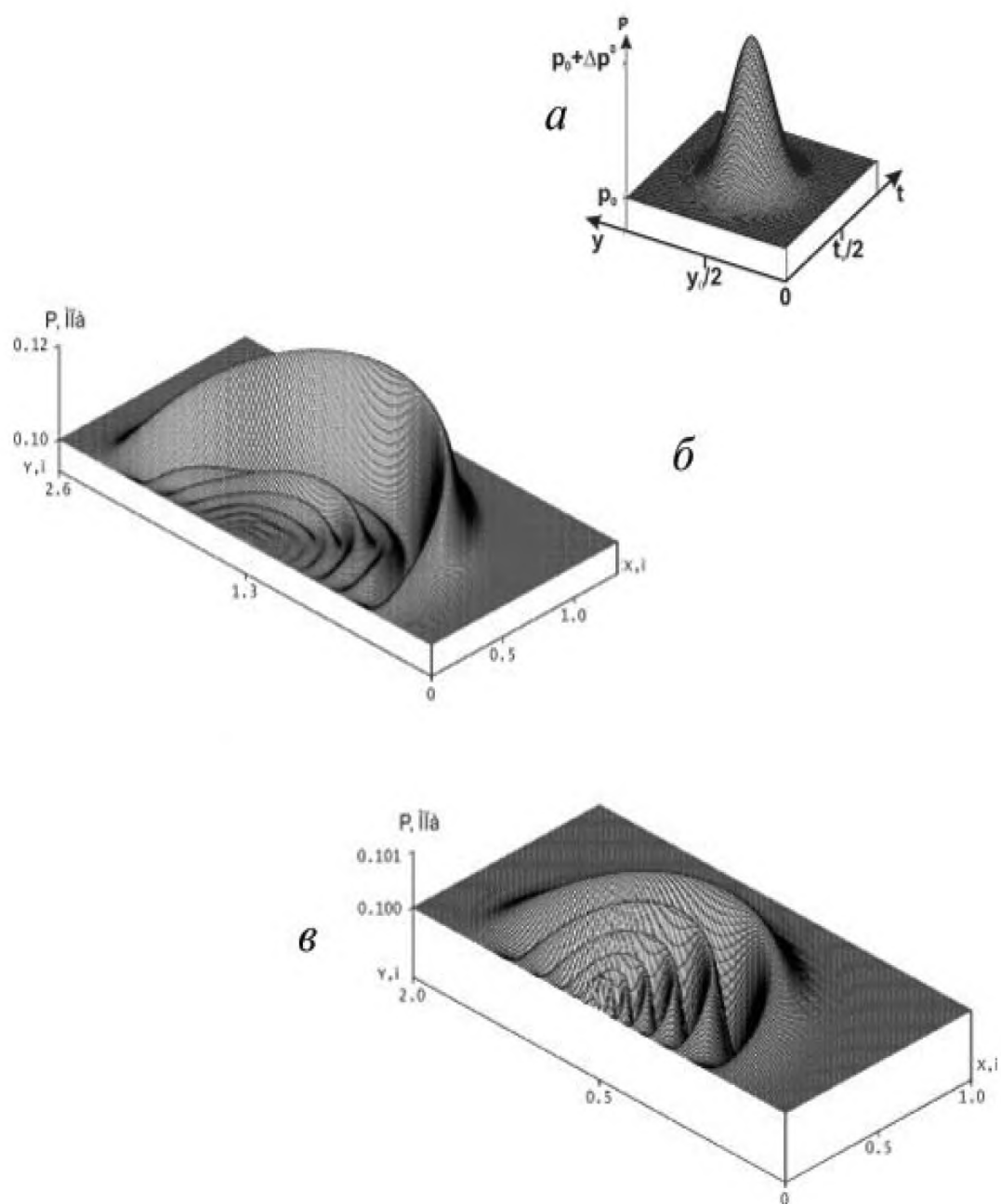


Рис. 3. Эволюция в пузырьковой жидкости локализованного по поперечной координате волнового импульса. Эпюры давления приведены для моментов времени $t = 3 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ (*a*) и $2 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ (*б*)

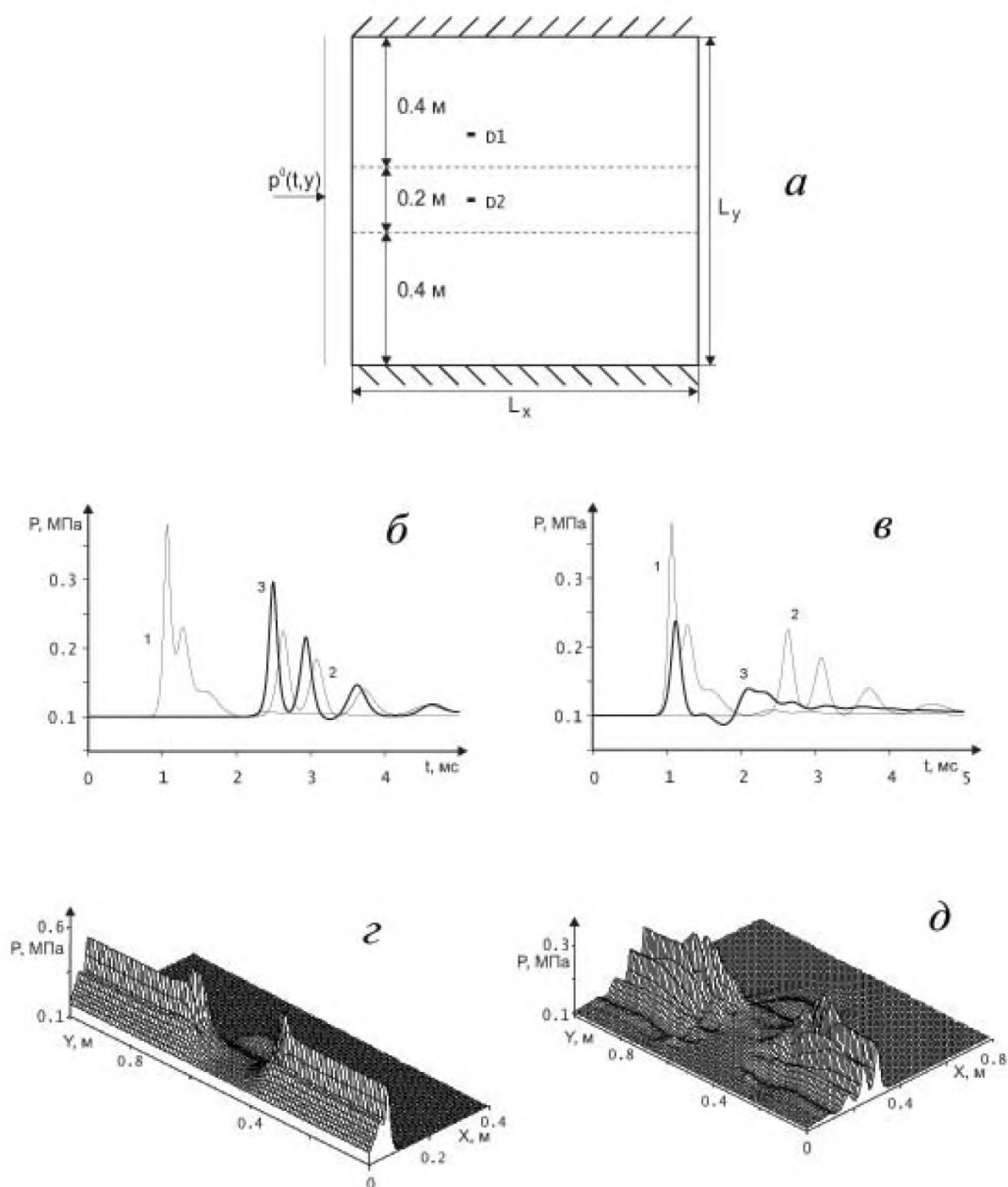


Рис. 4. Распространение волнового импульса в кусочно-неоднородной по объемному содержанию пузырьков области. Расчетные осциллограммы (линия 1) на б и в соответствуют показаниям датчиков D1 и D2, расположенных на расстоянии 0,4 м от левой границы ($x_0 = 0$) и в серединах слоев. На рис. г и д приведены распределения давления в моменты $t = 7 \cdot 10^{-4}$ с и $t = 2 \cdot 10^{-3}$ с

В отличие от волновых картин в однородных пузырьковых системах при неоднородном распределении объемного содержания газа распространение импульсного возмущения сопровождается образованием в поперечном направлении профилей давления с пиками вблизи границ между слоями. Эти пики превышают амплитуду исходного сигнала на $\simeq 0,2$ МПа (рис. 4, *г*). Этот эффект проявляется из-за различия скорости волны в слоях с отличающимися объемными содержаниями газа. Действительно, импульс в среднем слое $\alpha_{g0}^{(2)} = 10^{-3}$ имеет скорость $\simeq 400$ м/с, что приблизительно в три раза превышает скорость распространения в пристенных слоях с $\alpha_{g0}^{(1)} = \alpha_{g0}^{(3)} = 10^{-2}$. Итак, волна, распространяясь по среднему слою, из-за его бокового расширения предварительно поджигает пристенные слои. Поэтому при распространении основного волнового импульса в предварительно «поджатом» пристенном слое вблизи границ между слоями происходит накладка амплитуд.

На рис. 5 представлены результаты численного эксперимента по эволюции двух волновых импульсов в однородной водовоздушной пузырьковой смеси с $\alpha_g = 10^{-3}$, воздействующих через смежные лагранжевы границы $x_0 = 0$ и $y_0 = 0$ и заданных в виде (рис. 5, *а*)

$$p_1^0(t, y) = p_0 + \Delta p_{01} \exp[\psi(t_{*1})], \quad p_2^0(t, x) = p_0 + \Delta p_{02} \exp[\psi(t_{*2})].$$

При воздействии таких импульсов максимальное значение давления достигается и распространяется по диагонали расчетной области. Максимальное значение давления при распространении коротковолновых импульсов не превышает 0,2 МПа. Это связано с тем, что в данном случае протяженность импульса близка по значениям к периоду собственных колебаний пузырьков $t_{*1} = t_{*2} \simeq t_M$. При распространении волновых импульсов водовоздушная смесь является системой с распределенными пузырьками-маятниками. Когда протяженность импульсов и период собственных пульсаций пузырьков близки по значению, пузырьки-маятники «раскачиваются» максимально. Это, в свою очередь, приводит к увеличению диссипации и способствует затуханию импульсного сигнала.

При взаимодействии длинноволновых импульсов ($t_{*1} = t_{*2} = 10^{-3}$ с) давление, регистрируемое датчиками, может достигать 0,9 МПа. В этом случае при прохождении в пузырьковую среду радиальная инерция пузырьковой жидкости и эффекты нелинейности приводят к увеличению крутизны переднего фронта волны и возрастанию амплитуды первоначального сигнала.

Для более наглядного представления изложенного выше на рис. 5, *б* и *г* показаны распределения давления в различные моменты времени.

Рассмотрим следующую ситуацию. Пусть прямоугольная область заполнена жидкостью так, что объемное содержание газа плавно возрастает по направлению поперечной координаты (рис. 6). В такой системе при воздействии

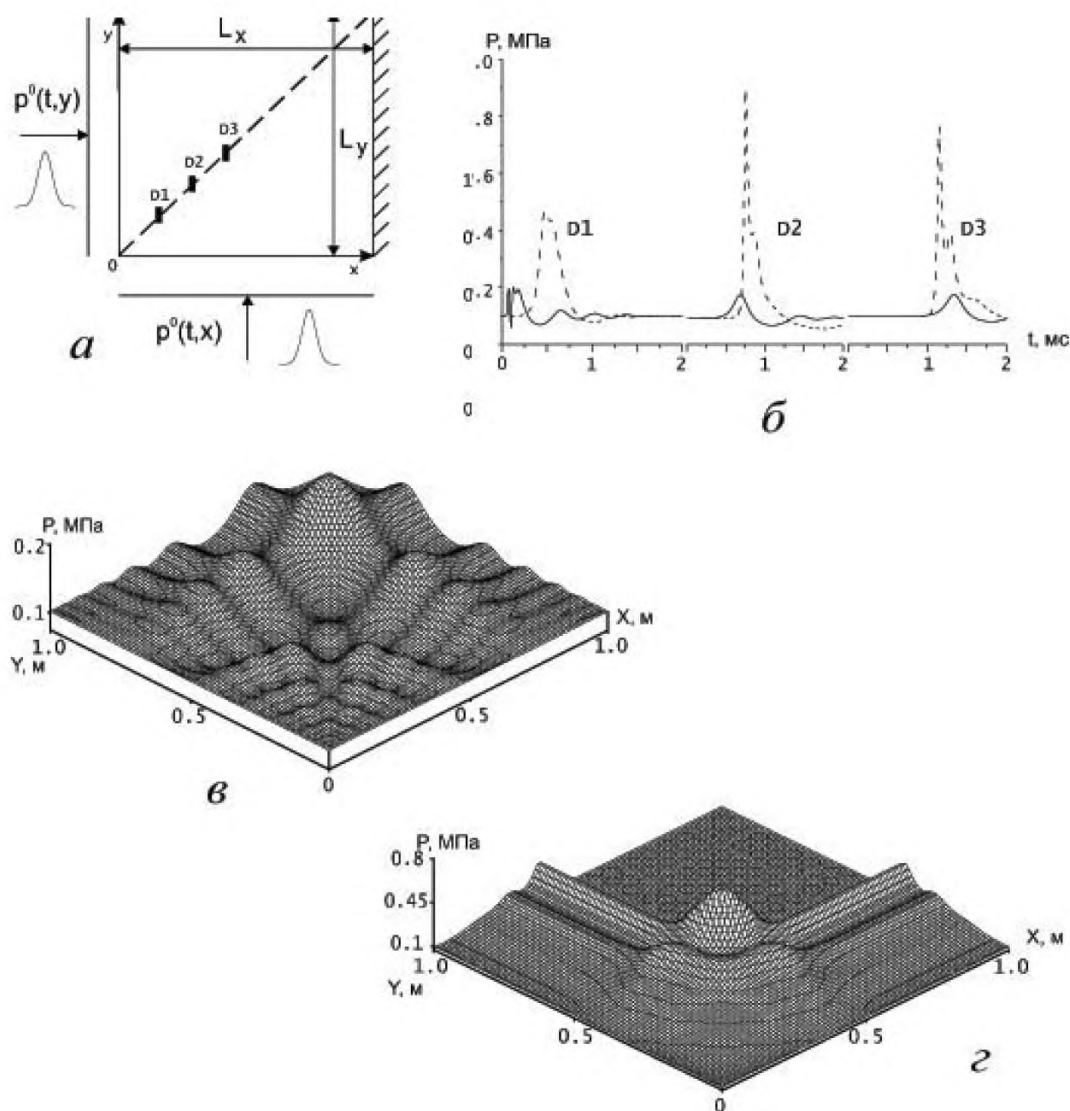


Рис. 5. Эволюция двух волновых импульсов, воздействующих через смежные границы. Представлены расчетные осциллограммы (б), соответствующие показаниям датчиков D1, D2 и D3, расположенных по диагонали расчетной области соответственно на расстоянии 0,05, 0,25 и 0,5 м от начала координат (фиг. 5, а). Амплитуда $\Delta P_1 = \Delta P_2 = 0,3$ МПа и временная протяженность $t_{*1} = t_{*2} = 10^{-4}$ с (сплошная линия), $t_{*1} = t_{*2} = 10^{-3}$ с (пунктирная линия)

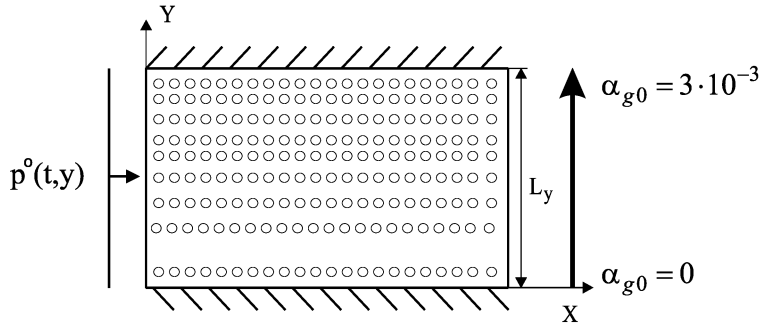


Рис. 6. Схематическое изображение расчетной области (α_{g0} – начальное объемное содержание газа)

через границу $x_0 = 0$ давлением из-за различия скорости волн по координате y (так как объемное содержание различное) могут возникнуть двумерные волновые возмущения. На рис. 7 представлена эволюция волнового импульса конечной длительности, заданного в виде (3.1), в неоднородной по объемному содержанию пузырьков области. Неоднородность обусловлена плавным повышением объемного содержания газа с 0 до 10^{-3} при возрастании y :

$$\alpha_{g0} = \frac{0,001 \cdot y_0}{L_y} \quad \text{при } t = 0.$$

Остальные параметры системы приведены в подрисуночной подписи.

Из рис. 7 следует необычный эффект: в некоторые моменты амплитуда части волнового импульса, которая распространяется в зоне с малым объемным содержанием газа, меньше, чем амплитуда части волны, распространяющейся в зоне с большим объемным содержанием. Но из волновой динамики пузырьковой жидкости известно [1], что эффекты диссипации должны быть тем больше, чем больше объемное содержание газа.

Часть импульса, которая распространяется в зоне с меньшим объемным содержанием газа, быстрее проникает в эту зону, и раннее проникновение является причиной двумерного «растекания» и соответственно быстрого уменьшения его амплитуды. Таким образом, из-за двумерности часть импульса, приходящаяся на зону с меньшим объемным содержанием, поджимает область с большим объемным содержанием (в сторону увеличения y) и часть импульса, приходящаяся на зону с большим объемным содержанием пузырьков, начинает распространяться уже в поджатой среде. Поэтому амплитуда части волнового импульса, которая распространяется в зоне с малым объемным содержанием газа, примерно на 0,15 МПа меньше, чем амплитуда части волны, распространяющейся в зоне с большим объемным содержанием.

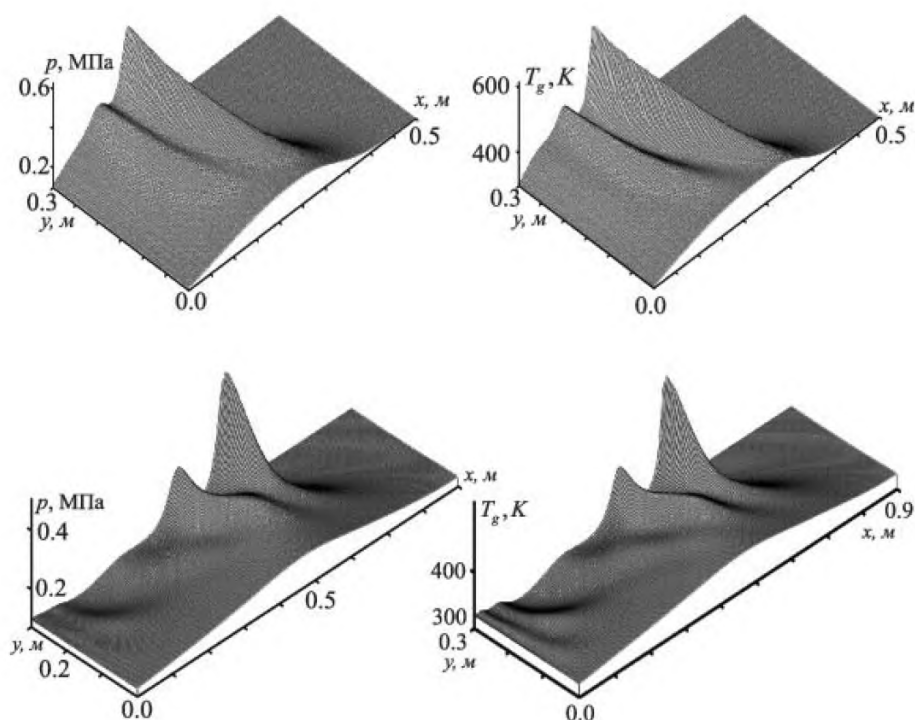


Рис. 7. Распространение волнового импульса в неоднородной по объемному содержанию газа области. Эпюры давления (слева) и температуры (справа). Параметры импульса и системы следующие: $\Delta p_0 = 0,3$ МПа, $a_0 = 10^{-3}$ м, $p_0 = 0,1$ МПа, $t_* = 10^{-3}$ с. Верхние и нижние рисунки соответствуют 1 и 1,5 мс. Остальные параметры такие же, как для рис. 1

4. Заключение

Численно исследовано распространение двумерных волн в жидкости при наличии в ней пузырьковой зоны конечных размеров в однородной пузырьковой жидкости и в пузырьковой жидкости с кусочно-неоднородным распределением объемного содержания пузырьков. На основе численного исследования установлены следующие факты.

Если временная протяженность импульса достаточно большая ($t_* \gg l_y/C$, l_y – длина завесы в поперечном направлении, C – скорость волны в пузырьковой жидкости), то из-за двумерных эффектов внутри пузырьковой зоны могут образоваться башнеобразные распределения давления с амплитудой, значительно превышающей амплитуду исходного импульса (\simeq в 2 раза). В случае коротких импульсов ($t_* \ll l_y/C$) частицы двухфазной системы, на-

ходящиеся внутри зоны, практически не чувствуют прохождение волнового сигнала. При эволюции в однородной пузырьковой смеси колоколообразного по поперечной координате импульсного сигнала, когда его временная протяженность превышает период собственных колебаний пузырьков ($t_* > t_M$), в пузырьковой смеси формируется лидирующая волна, в случае $t_* \simeq t_M$ образуется расходящийся пакет волн. Распространение импульсного сигнала в кусочно-неоднородной по объемному содержанию пузырьков области сопровождается образованием в поперечном направлении профилей давления с пиками вблизи границ между слоями, что обусловлено различием скорости волны в слоях с отличающимися объемными содержаниями газа.

При распространении импульса конечной длительности в пузырьковой жидкости с неоднородным объемным содержанием пузырьков в некоторых ситуациях из-за двумерности часть импульса, приходящаяся на зону с меньшим объемным содержанием, поджигает область с большим объемным содержанием и часть импульса, приходящаяся на зону с большим объемным содержанием пузырьков, начинает распространяться уже в поджатой среде. Поэтому амплитуда части волнового импульса, которая распространяется в зоне с малым объемным содержанием газа, может быть меньше, чем амплитуда части волны, распространяющейся в зоне с большим объемным содержанием.

Литература

1. НИГМАТУЛИН Р. И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1, 2.
2. КУТАТЕЛАДЗЕ С. С., НАКОРЯКОВ В. Е. Тепломассообмен и волны в газожидкостных системах. Новосибирск: Наука, 1984.
3. НИГМАТУЛИН Р. И., ШАГАПОВ В. Ш., ВАХИТОВА Н. К. Проявление сжимаемости несущей фазы при распространении волн в пузырьковой среде // Докл. АН СССР. 1989. Т. 304, № 5. С. 1077–1081.
4. САМАРСКИЙ А. А., ПОПОВ Ю. П. Разностные методы решения задач газовой динамики. М.: Наука, 1980.
5. ПЕТВИАШВИЛИ В. И., ЦВЕЛОГУБ О. Ю. Подковообразные солитоны на стекающей вязкой пленке жидкости // Докл. АН СССР. 1978. Т. 238, № 6. С. 1321–1323.

Статья поступила 26.04.2005 г.